

Oponentní posudek doktorské práce
"Built-up Structure Analysis Using Stochastic Geometry"
autora Ing. Daniela Vašaty

Hodnocená dizertační práce předkládá originální matematickou metodiku cíleně vyvinutou pro studium stochasticko-geometrických vlastností vybraných urbanistických aglomerací. Navazuje tak na vysoce aktuální tematiku studovanou například v rámci práce P. Frankhausera "Fractal Geometry for Measuring and Modeling Urban Patterns," publikované v knize *The Dynamics of Complex Urban Systems: An Interdisciplinary Approach*, Physica-Verlag Heidelberg, New York v roce 2007, nebo v článku Y. Chena a Y. Zhoua "Scaling laws and indications of self-organized criticality in urban systems" publikovaném v časopise *Chaos, Solitons & Fractals* v roce 2008. Podobnost některých znaků urbanistických zástaveb s relativně dobře prozkoumanými systémy vykazujícími tzv. samoorganizované kritično je z matematického pohledu velice nápadná a není tedy divu, že v současné době přitahuje pozornost několika významných vědeckých skupin. Příspěvek do studia dané problematiky je také součástí posuzované doktorské práce ing. Vašaty.

Po úvodní motivaci ke studiu zmíněné problematiky seznamuje autor čtenáře ve druhé kapitole se základními poznatky stochastické geometrie. Důraz přitom klade na studium vlastností náhodných uzavřených množin, náhodných, resp. momentových měr, bodových procesů a jejich charakteristik. Dále jsou diskutovány vlastnosti náhodných měr, jakými jsou mísení, slabé mísení a ergodičnost. Autor v této části nabízí korektní znění matematických teorémů včetně jejich důkazů reprodukováných nebo pouze citovaných nejčastěji z následujících zdrojů: R. Schneider a W. Weil "Stochastic and Integral Geometry" (Springer 2008), a D. Daley a D. Vere-Jones "An Introduction to the Theory of Point Processes" (Springer 2008). V poslední části druhé kapitoly autor ještě definuje tzv. dlouhodobou závislost pro stacionární náhodné míry a zkoumá některé podmínky, které tento typ závislosti garantují/vyvracejí. Zde se autor opírá o literaturu N. H. Bingham et al. "Regular variation" (Cambridge University Press 1989).

Ve třetí kapitole autor rozšiřuje pojem těžiště (pro množiny, které nejsou ν -nulové) vzhledem k pevně zvolené Lebesgueově míře ν na tzv. zobecněný Minkovského centroid, jenž je narozdíl od běžného chápání definován pro všechny neprázdné kompaktní množiny, pro něž limita (3.2) existuje. Tento pojem dále teoreticky zkoumá především s ohledem na garanci existence Minkovského centroidu, kdy je odvozována příslušná postačující podmínka. Součástí třetí kapitoly je také studie rektifikovatelnosti množin.

Čtvrtá kapitola se zabývá problematikou kvantitativních statistik náhodných struktur. Autor v ní nejprve představuje konzistentní a nestranný estimátor intenzity, či estimátory druhého řádu Horwitzova-Thompsonova typu, Ripleyův estimátor a další. Dále jsou představeny některé metody odhadů pro náhodné uzavřené množiny včetně velice efektivního způsobu odhadování kovariancí za pomoci Fourierovy trans-

formace. Pokus činit odhady také pro nestacionární náhodné množiny je komentován v rámci sekce 4.3. Následuje poměrně zásadní část věnovaná numerickým simulacím aplikability diskutovaných estimátorů druhého řádu.

Stěžejní partií předložené práce je kapitola pojednávající o přímých a praktických aplikacích teoretických struktur a pojmů budovaných v předešlém textu. Autor v ní nejprve podává informace o sjednocujících polygonických reprezentacích empirických dat (v práci nazývaných jako otisky budov), která hodlá zpracovávat. Každý z empirických polygonů pak popisuje dvoudimenzionální mírou a asociovaným centroidem a chápe ho jako realizaci náhodných množin $X \subset \mathbb{R}^2$ v zastavěných oblastech centrálních částí vybraných velkých měst. Nejprve jsou analyzovány různé korelační ukazatele včetně speciálně a původně zavedeného tzv. kulového rozptylu, jehož aplikabilita prošla recenzním řízením v rámci článku "Built-up structure criticality" autorů Vašaty, Exnera a Šeby publikovaného v *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, resp. článku "Urban structure analysis" publikovaného stejnou trojicí autorů v *Mathematical Results in Quantum Physics*. Ve stejné kapitole je také zpracována empirická studie VF-charakteristik (volume fraction) a distribuce velikosti budov. Zavedena je náhodná veličina R reprezentující poloměr kruhu ν_2 -ekvivalentního zkoumané zastavěné ploše. Distribuce této náhodné veličiny je poté podrobně vyhodnocována a teoreticky predikována.

Faktické hodnocení práce rozčleňuji podle jednotlivých kritérií vymezených obecnými pravidly pro posuzování prací tohoto typu.

- **Naplnění cílů dizertační práce a podíl autora na výsledcích:** Podle výsledků uvedených zejména v páté kapitole práce a rovněž podle publikací autora lze s jistotou tvrdit, že cíle práce byly naplněny. Autor (ve spolupráci se svým supervizorem prof. Šebou a konzultantem prof. Exnerem) prokázal schopnost přetvořit obecnou matematickou teorii do konkrétního praktického schématu vhodného pro pokročilé vyhodnocování empirických geodetických dat. A cesta k takovému schématu rozhodně nebyla přímočará. Autor se musel vypořádat nejen se základními matematické teorie stojící na pozadí výzkumu, ale i s celou řadou faktorů, které jsou tak typické pro práci s netříděnými a nekorigovanými experimentálními daty. Podíl autora na prezentovaných výsledcích je zřejmý a je také podepřen příslušnými publikacemi, u nichž je dizertant uveden jako první autor. Jsou to: Vašata, Exner, Šeba: *Built-up structure criticality*, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **390/21–22** (2011), resp. Vašata, Exner, Šeba: *The distribution of landed property*, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **338/21** (2009).
- **Užitá metodika:** Aplikace stochastické geometrie (konkrétně teorie náhodných uzavřených množin) na analýzu vlastností náhodně generovaných struktur je vysoce aktuální a rozvíjející se matematická problematika. Její praktické užití při studiu stochastických vlastností struktury některých urbanistických aglomerací je neotřelou metodou jak zkoumat samoorganizované kritično v dalším z překvapivých socio-dynamických systémů.

- **Význam dizertační práce a aktuálnost její náplně:** Jak lze usuzovat z kvality, počtu a stáří publikací zabírajících se problematikou příbuznou tématům této dizertační práce, jsou jak aktuálnost, tak také význam předloženého výzkumu nezpochybnitelné. To lze mimo jiné dokladovat tím, že autorem publikovaný výzkum stochastických estimátorů druhého řádu aplikovaných na zastavěnou plochu obsaženou uvnitř kruhů o různých poloměrech je oceňovaným ryze původním konceptem.
- **Formální úprava práce:** Text práce je sepsán velice pečlivě a přehledně s důrazem na matematickou korektnost a hierarchii. Kvalita textu odpovídá i té nejnáročnější představě o aspirantské práci. Mezi drobné výtky bych zařadil občasné se vyskytující překlipy, nepříliš výstižné jednobarevné obrázky na str. 110 či 135, mírně úsměvné formulace (aproximujeme budovu kruhem) a nezřetelně oddělené vlastní výsledky od výsledků již známých.

Na závěr posudku shrnuji nejvýznamnější body posudku takto:

Předložená dizertační práce se zabývá vysoce aktuálním tématem zpracování katastrálních dat moderními metodami stochastické geometrie. Kromě originálních postupů, jak zpracovávat různorodá katastrální data, prezentuje text také celou řadu nových teoreticky podložených přístupů a obecnějších poznatků k dané problematice. Přínos práce je tak nesporný. Jelikož také formální úroveň posuzované práce naplňuje obecné požadavky, **doporučuji práci k obhajobě a navrhuji jejímu autorovi udělení titulu Ph.D.**

K samotné obhajobě mám dva dotazy: 1) Je užití předpokladu stacionarity ze str. 108 (§ 5.3) oprávněné také pro empirická data? Argumentujte. 2) Některé z empirických hustot pravděpodobnosti $f(r)$ pro přepočtený radius r vyobrazené na str. 162 a 163 vykazují (alespoň vizuálně) typické znaky mísení dvou hustot. Lze takový trend (odlišný od ostatních měst) nějakým způsobem vysvětlit?

10.2.2015

Doc. Mgr. Milan Krbálek, Ph.D.
Katedra matematiky

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
České vysoké učení technické v Praze
Trojanova 13

120 00 Prague 2

Česká republika

telefon: 224358550, email: milan.krbalek@fjfi.cvut.cz

url: www.krbalek.cz